

NOTIZEN

Resonant Ohmic Damping of Linearised Magnetoacoustic Waves

H. TASSO

Institut für Plasmaphysik, Garching b. München
(Z. Naturforschg. **20 a**, 1722—1723 [1965]; received 11 November 1965)

The linearised perturbation equations of the classical M.H.D. modes can be reduced for a cylindrical symmetry and static equilibrium to one second-order equation on v_r

$$v_r'' + A_m(\omega, k, m, r) v_r' + B_m(\omega, k, m, r) v_r = 0 \quad (1)$$

where the perturbation is of the type

$$v(r) \exp[\omega t + i(m\Theta + k\zeta)].$$

When the plasma is homogeneous and incompressible, (1) has no singularities for ω/k finite. But, in general, the equation is singular for a certain complicated relation between ω , k , m and r . For $\omega = 0$, this relation is $m B_\Theta + k r B_z = 0$.

Taking account of resistivity η in the plasma, the analogue equation to (1) is a sixth-order equation difficult to write explicitly. Nevertheless, one can expect that, at the singularities, the resistivity plays a fundamental role: B_m is like $1/\eta$ at this point.

When the resistive plasma in static equilibrium is infinite and homogeneous or when it is incompressible, there is no overstability. The perturbations are damped, and we believe that in the neighborhood of the singularities, they are strongly damped in a resonant way. This can be shown exactly in two cases. It appears that without resistivity there are waves which propagate nearly perpendicular to the longitudinal magnetic field in the neighborhood of the singularities and with a small resistivity resonant damping occurs.

I. Homogeneous, infinite, compressible plasma^{1, 2}

a) Without resistivity

For waves of the type $\sim e^{\omega t + i(kz + ay)}$

$$\alpha^2 = \frac{\left(\frac{k^2 B_{z0}^2}{\varrho_0 \omega^2} + \frac{B_{z0}^2}{\gamma p_0} \right) \left(\frac{\varrho_0 \omega^2}{B_{z0}^2} + k^2 \right)}{1 + \frac{k^2 B_{z0}^2}{\varrho_0 \omega^2} + \frac{B_{z0}^2}{\gamma p_0}}$$

with $\alpha^2 > 0$.

$$\text{When } \frac{\omega^2}{k^2} \rightarrow - \frac{B_{z0}^2}{\varrho_0} \frac{1}{1 + B_{z0}^2/\gamma p_0}, \quad \alpha^2 \rightarrow \infty.$$

This means that the index goes to infinity.

b) With resistivity

The algebraic equation which gives α is of the fourth order:

$$\frac{\eta}{\omega D B_{z0}} \alpha^4 + \left(A + \frac{B C}{\omega} \right) \frac{1}{D} \alpha^2 + B = 0$$

where A, B, C, D are defined in².

In order to obtain an analytic expansion for small η in the neighborhood of the singularities expansion is made as for $\eta^{1/4}$.

II. Inhomogeneous, incompressible plasma with constant longitudinal current density³ and a vacuum outside

a) Without resistivity

The dispersion relation is as follows:

$$\frac{\chi_0}{\Phi_0} = - \frac{(m + b_e x_0)^2}{x_0 [Y_0^2 + (m + b_i x_0)^2]} \cdot \left[\frac{K_m(x_0) I_m(\Lambda x_0) - I_m(x_0) K_m(\Lambda x_0)}{K'_m(x_0) I'_m(\Lambda x_0) - I'_m(x_0) K'_m(\Lambda x_0)} \right]$$

$$\text{where } \chi_0 \sim \frac{J_m[k r \sqrt{m^2 \beta^2 - 1}]}{k r},$$

$$\Phi_0 \sim \frac{m^2 \beta J_m[k r \sqrt{m^2 \beta^2 - 1}]}{(m^2 \beta^2 - 1) k r} + \frac{J'_m[k r \sqrt{m^2 \beta^2 - 1}]}{\sqrt{m^2 \beta^2 - 1}}$$

$$\text{with } \beta = \frac{2(m + k r_0 B_z/B_{\Theta_0})}{m[(\varrho_0 \omega^2 r_0^2/B_{\Theta_0}) + (m + k r_0 B_{z0}/B_{\Theta_0})^2]}$$

and the other notations are defined in³

$$\beta \rightarrow \infty \quad \text{when} \quad \frac{\omega^2}{k^2} \rightarrow - \frac{B_{\Theta_0}^2}{r_0^2 \varrho_0} \left(\frac{m}{k} + r_0 \frac{B_{z0}}{B_{\Theta_0}} \right).$$

This is a mode, whose vector propagation is nearly perpendicular to B_{z0} and whose wave length perpendicular to B_{z0} goes to infinity.

¹ A. I. MOROZOV, Plasma Physics and the Problem of Controlled Thermonuclear Reactions, Vol. IV, Pergamon Press, London, p. 392.

² H. TASSO and M. COTSFTIS, J. Nucl. Energy, Part C, **7**, 29 [1965].

³ R. J. TAYLER, Venice Conf. 1957, p. 1067.



b) With resistivity

The dispersion relation is known⁴ and by analogy with the first case damping similar to that for in $\eta^{1/4}$ can be expected in the neighborhood of the resonance, because the characteristic equation of the differential equation is also biquadratic.

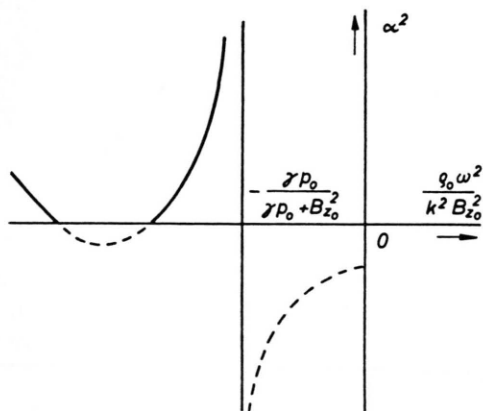


Fig. 1.

Physically, one can understand this resonant damping because the waves whose phase velocity is closer to the resonance are richer in current density than the wave which propagates along the magnetic field. In the first case, for example, in the equation

$$Q_0 \frac{\partial v_r}{\partial t} = j\theta B_{z0} - \frac{\partial p}{\partial r}.$$

$Q_0 (\partial v_r / \partial t)$ remains finite in the neighborhood of the resonance, then $j\theta$ must equilibrate ∇p which goes to infinity (see⁵). This last reasoning assumes that the wave is not affected by the resistivity.

Otherwise, the calculations show a damping like $\eta^{1/4}$ and far from the resonance the damping is like η .

I should like to express my appreciation to Dr. K. U. von HAGENOW and Dr. H. VÖLK for valuable discussions.

This work was performed under the auspices of the contract between the Institut für Plasmaphysik G.m.b.H. and EURATOM for cooperative effort in the area of plasma physics.

⁴ R. J. TAYLER, Rev. Mod. Phys. **32**, 907 [1960].

⁵ M. D. KRUSKAL and J. TUCK, Proc. Roy. Soc. London A **245**, 225 [1958].

Die Beweglichkeiten der Lithiumisotope in geschmolzenem ⁶LiCl und ⁷LiCl

R. LENKE und A. KLEMM

Max-Planck-Institut für Chemie (Otto-Hahn-Institut), Mainz
(Z. Naturforschg. **20 a**, 1723—1724 [1965]; eingeg. am 14. November 1965)

Mit einem Leitfähigkeitskomparator, bei dem zwei möglichst gleiche, im selben Ofen befindliche Leitfähigkeitszellen in eine WHEATSTONESCHE Brücke geschaltet waren, wurde das Leitfähigkeitsverhältnis der geschmolzenen, isotonenreinen Salze ⁶LiCl und ⁷LiCl bei 680 °C zu $1,050 \pm 0,002$ bestimmt. Die genauere Schilderung der Experimente und Resultate, auch bei anderen Temperaturen, soll einer späteren Publikation vorbehalten bleiben. Hier sollen nur einige Folgerungen aus dem genannten Meßergebnis gezogen werden.

Der Befund, daß der Quotient der Eigenbeweglichkeiten der Lithiumisotope relativ zum Chlor nicht $(6/7)^{-0,5} = 1,08$ ist, sondern nur 1,05, weist darauf hin, daß die Masse des Chlorions in diese Beweglich-

keiten eingeht. Würde nämlich die Rolle der Chlorionen lediglich darin bestehen, zu dem örtlich variierenden Potential für die Lithiumionen beizutragen, so müßte bei Gültigkeit der klassischen Mechanik, die wir hier voraussetzen dürfen¹, die Eigenbeweglichkeit des Lithiums relativ zum Chlor umgekehrt proportional zur Wurzel aus der Lithiummasse sein. Dies folgt aus einer dimensionellen Betrachtung: Die mit der Ladung multiplizierte Beweglichkeit ist ein Quotient aus Geschwindigkeit und Kraft und hat die Dimension sec/g. Hängt sie nur von massenunabhängigen Potentialen und kT (Dimension cm² g/sec²), von massenunabhängigen Längen und der Lithiummasse ab, so muß sie umgekehrt proportional zur Wurzel aus der Lithiummasse sein, weil anders ihre Dimension sec/g nicht herzustellen wäre.

Aus dem Unterschied zwischen den Eigenbeweglichkeiten (sie unterscheiden sich um 4,9%) und den Gemischbeweglichkeiten (sie unterscheiden sich um 2,2%²) der Lithiumisotope relativ zum Chlor ist

¹ W. HERZOG u. A. KLEMM, Z. Naturforschg. **13 a**, 7 [1958].

² A. KLEMM, H. HINTENBERGER u. PH. HÖRNES, Z. Naturforschg. **2 a**, 245 [1947]. — A. KLEMM u. E. U. MONSE, Z. Naturforschg. **12 a**, 319 [1957].